

## 勘誤表

(1) 33 頁，例子 3.16 的第 6 行：

$$g : [0, \infty) \rightarrow (0, 1] \text{ 定義為 } g(x) = \frac{1}{x^2 + 1}, \forall x \in \mathbb{R}.$$

更正為

$$g : [0, \infty) \rightarrow (0, 1] \text{ 定義為 } g(x) = \frac{1}{x^2 + 1}, \forall x \in [0, \infty).$$

(2) 151 頁，推論 8.16 的敘述是錯誤的，應將其刪除。同時，也要將其「證明」與「153 頁，習題第 7 題」一併刪除。我們舉一個反例說明：

函數  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  是有界連續函數，不保證  $f$  是均勻連續。

**反例.** 令  $f(x) = \sin x^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . 易知  $f$  是  $\mathbb{R}$  上有界連續函數。取  $x_n = \sqrt{2n\pi}$  與  $y_n = \sqrt{2n\pi + \frac{\pi}{2}}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . 則有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n - y_n| = \frac{\frac{\pi}{2}}{\sqrt{2n\pi} + \sqrt{2n\pi + \frac{\pi}{2}}} = 0.$$

但是

$$|f(x_n) - f(y_n)| = \left| \sin(2n\pi) - \sin\left(2n\pi + \frac{\pi}{2}\right) \right| = |0 - 1| = 1.$$

由定理 8.17 得知  $f$  不是均勻連續。